c) On a : $x+z=3+4\beta$ et $2\alpha=z-2$

Donc $4\beta=x+z-3$ et $2\alpha=z-2$
D'ou

$4y=4\alpha-4\beta=2z-4+3-x-z$.

$\Rightarrow x+4y-z+1=0$

Finalement

$P(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) : x+4y-z+1=0$

● a) $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$ A(1,0,2)

$$(AD):\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=2+t\end{cases}\quad \text{avec } t\in\Re$$

b) Remplaçons les coordonnées du point D dans l'équation cartésienne du plan P : on aura :
$2+4\times3-3+1=12\neq0$

Donc $D\notin P$ et par suite la droite (AD) et le plan P sont sécants en A.

Exercice n° 5

● $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$ A(1,1,4)

une équation paramétrique du plan P est :

$$P:\begin{cases}x=1-2\alpha+\beta\ (1)\\y=1+3\alpha-\beta\ (2)\\z=4-\alpha-2\beta\ (3)\end{cases}\qquad(\alpha,\beta)\in\Re^2$$

(1)+(2)$\Rightarrow \alpha=x+y-1 \Rightarrow \beta=x-1+2(x+y-1)=3x+2y-3$

(3)$\Rightarrow z=4-(x+y-1)-2(3x+2y-3)=-7x-5y+11$

$\Rightarrow 7x+5y+z-11=0$

Conclusion: **Une équation cartesienne du plan P est :**
$7x+5y+z-11=0$

● $\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=\begin{vmatrix}-1&-1\\-2&-9\end{vmatrix}-3\begin{vmatrix}1&2\\-2&-9\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}1&2\\-1&-1\end{vmatrix}$

$=-14+15-1=0$

Donc $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires d'ou ils existent deux réels a et b vérifiant $\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$
(On a : $\vec{w}=\vec{u}+4\vec{v}$ (résolution du système))

Exercice n° 6

● a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\1\\-3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix}1&0\\1&2\end{vmatrix}=2\neq0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires et par suite les points A, B et C ne sont pas alignées ; ils déterminent donc un plan P de l'espace ξ

b) une équation cartésienne du plan P est de la forme :
P : ax +by +cz+d=0

$A(1;-2;1)\in P\Rightarrow a-2b+c+d=0$

$B(2;-1;-2)\in P\Rightarrow 2a-b-2c+d=0$

$C(1;0;1)\in P\Rightarrow a+c+d=0$

On obtient ainsi le système (S) suivant:

$$\begin{cases}a-2b+c+d=0\\2a-b-2c+d=0\\a+c+d=0\end{cases}$$

une résolution de ce système donne :
$a=4c$; $b=-c$ et $d=-5c$

Donc une équation cartésienne de P est :

$$\boxed{P:\ 4x-y+z-5=0}$$

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\\m\end{pmatrix}$ est un vecteur de P signifie que

$4\times(-2)+3\times(-1)+m=0\Leftrightarrow m=11$

● a) $\overrightarrow{U_D}$ vecteur de D

$\overrightarrow{U_D}\begin{pmatrix}-2\\3\\3\end{pmatrix}$, comme $m\neq11$ donc $\overrightarrow{U_D}$ n'est pas un vecteur directeur de P et par la suite **D et P sont sécantes en A.**

b) $\overrightarrow{U_D}\begin{pmatrix}-2\\3\\3\end{pmatrix}$, $m\neq11$. Donc D et P sont sécantes.

Cherchons le point d'intersection de P et D, en effet :

$$D:\begin{cases}x=-2t\\y=3t\\z=3t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}$$

$M(x,y,z)\in P\cap D$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn